

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

أَنَّ الْأَرْضَ يَرِثُهَا عِبَادِيَ الصَّالِحُونَ

که بندگان شایسته من زمین را به ارث خواهند برد. (قرآن کریم)

یا ابا صالح المهدی (عج) ادرکنی

ریاضی نهم (تیر، موسان)

ویرایش دوم

هرگونه استفاده و یا کپی برداری از این جزوه، بدون اجازه مؤلف، شرعاً حرام است.

تعداد صفحات: ۱۱۰ بها: جزوه کاغذی ← ۷۰ هزار تومان فایل PDF ← ۱۴۰ هزار تومان

ویرایش دوم: شهریور تا آبان ۱۳۹۸

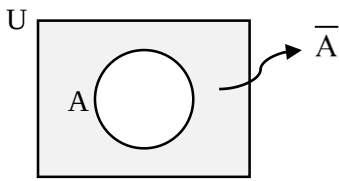
ویرایش اول: مرداد تا آبان ۱۳۹۶

۰۹۱۹۰۱۴۸۷۵۲

مؤلف: مصطفی ماهرولی

فصل ۱: مجموعه ها

درس اول: متمم یک مجموعه



متمم مجموعه A : مجموعه همه اعضای که در A نیستند.

نکته: I. $A - \bar{A} = A$; II. $\bar{A} - A = \bar{A}$; III. $A \cap \bar{A} = \emptyset$; IV. $A \cup \bar{A} = U$

نکته: با توجه به این که هر عضو از مجموعه جهانی، یا متعلق به A و یا متعلق به متمم A است؛ بنابراین، می توان نوشت:

$$n(A) + n(\bar{A}) = n(U) \Rightarrow n(\bar{A}) = n(U) - n(A) ; n(A) = n(U) - n(\bar{A})$$

نکته: می توان تفریق دو مجموعه را به صورت اشتراک مجموعه اول با متمم مجموعه دوم نوشت: $A - B = A \cap \bar{B}$

نمونه ۱: تعداد اعضای مجموعه A برابر ۱۰۰ و تعداد اعضای مجموعه B برابر ۶۰ است. اگر تعداد اعضای متمم A برابر ۳۰ باشد؛ تعداد اعضای متمم مجموعه B کدام است؟

۴۰ (۴)

۷۰ (۳)

۹۰ (۲)

۱۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه «۳». $n(A) + n(\bar{A}) = 100 + 30 = 130 = n(U) \Rightarrow n(\bar{B}) = n(U) - n(B) = 130 - 60 = 70$

خودآزمایی ۱: اگر $A \subseteq B$ باشد؛ کدام گزینه، همواره درست است؟

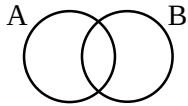
$n(\bar{A}) \leq n(\bar{B})$ (۴)

$n(\bar{A}) < n(\bar{B})$ (۳)

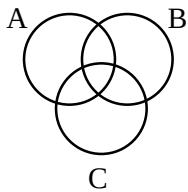
$n(\bar{A}) \geq n(\bar{B})$ (۲)

$n(\bar{A}) > n(\bar{B})$ (۱)

درس دوم: اصل شمول و عدم شمول



اصل شمول و عدم شمول برای دو مجموعه: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$



اصل شمول و عدم شمول برای سه مجموعه:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

نمونه ۲: در یک مدرسه، همه دانش آموزان ورزشکار هستند! اگر ۳۰۰ دانش آموز فوتبال‌بست، ۲۰۰ دانش آموز کشتی گیر و ۱۰۰

دانش آموز، هم فوتبال‌بست و هم کشتی گیر باشند؛ این مدرسه چند دانش آموز دارد؟

۶۰۰ (۴)

۵۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه «۲». مجموعه دانش آموزان فوتبال‌بست را با A و مجموعه دانش آموزان کشتی گیر را با B نمایش می‌دهیم؛ داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 300 + 200 - 100 = 400 \text{ نفر}$$

خودآزمایی ۲: از میان ۱۰ عدد طبیعی که دست کم بر یکی از اعداد ۳، ۲ یا ۵ بخش پذیرند؛ هفت عدد بر ۲، شش عدد بر ۳،

پنج عدد بر ۵، چهار عدد بر ۶، سه عدد بر ۱۰ و دو عدد بر ۱۵ بخش پذیر است. چند عدد بر ۳۰ بخش پذیر خواهد بود؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

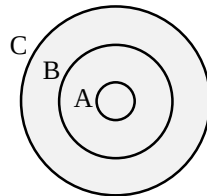
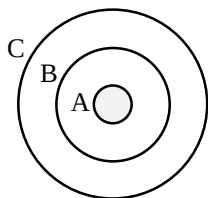
۱ (۱)

تهیه و تنظیم جزوه: مصطفی ماهروی ۰۹۱۹۰۱۴۸۷۵۲

درس سوم: زیرمجموعه

2^n

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی:



نکته: اگر $A \subseteq B \subseteq C$ باشد؛ آن‌گاه:

I. $A \cap B = A \cap C = A \cap B \cap C = A$; II. $A \cup C = B \cup C = A \cup B \cup C = C$

III. $A - B = A - C = B - C = \emptyset$; IV. $B \cap C = B$; V. $A \cup B = B$

مجموعه توانی A : مجموعه همه زیرمجموعه‌های A که آن را با $P(A)$ نمایش می‌دهند.

نکته: اعضای $P(A)$ مجموعه هستند و نه عدد!

نکته: تعداد اعضای مجموعه توانی A برابر است با تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه A : $n\{P(A)\} = 2^{n(A)}$

نکته: تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه توانی A برابر است با: $2^{n\{P(A)\}} = 2^{2^{n(A)}} = 2^{\left[2^{n(A)}\right]}$

$A = \{1, 2\} \Rightarrow P(A) = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}\}$; $n(A) = 2 \Rightarrow n\{P(A)\} = 2^2 = 4 \Rightarrow P(A)$ = تعداد زیرمجموعه‌های $P(A) = 2^4 = 16$

نمونه ۳: تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه n عضوی، با افزودن یک عضو جدید، ۳۲ عدد افزایش می‌یابد. n کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه «۲».

$$\left. \begin{array}{l} n \text{ عضوی} \rightarrow \text{مجموعه اولیه} \\ (n+1) \text{ عضوی} \rightarrow \text{مجموعه نهایی} \end{array} \right\} \Rightarrow 2^{n+1} = 2^n + 32 \Rightarrow 2^n \times 2^1 = 2^n + 32 \Rightarrow \underbrace{2^n \times 2 - 2^n}_{= 32} = 32$$

2^n تا 2^n منهای یکی 2^n
 $\xrightarrow{\quad} 2^n = 32 = 2^5 \Rightarrow \boxed{n = 5}$

خودآزمایی ۳: تعداد زیرمجموعه‌های مجموعه شمارنده‌های عدد اولی دلخواه، با تعداد اعضای کدام مجموعه زیر برابر است؟

(۱) ب.م.م ۸ و ۱۲

(۲) مجموعه اعداد اول یک رقمی

(۳) مجموعه پاسخ‌های معادله $x(x+1)=0$

(۴) مجموعه زیرمجموعه‌های مجموعه $\{a, b, c, d\}$

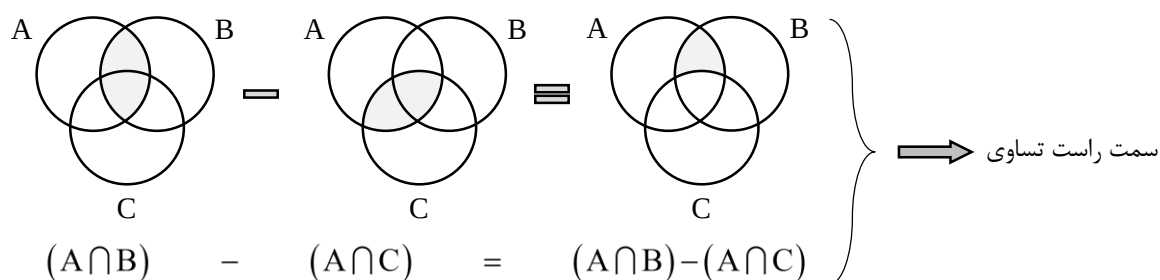
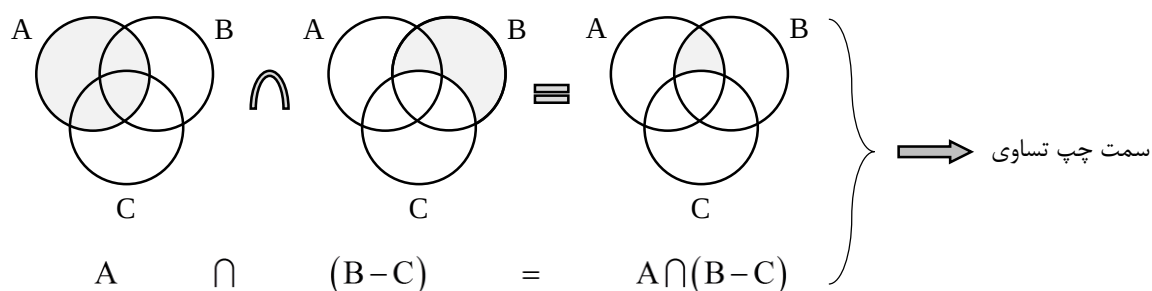
تهیه و تنظیم جزوه: مصطفی ماهروی ۰۹۱۹۰۱۴۸۷۵۲

درس چهارم: تفاضل دو مجموعه

$$A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$$

توزیع پذیری اشتراک نسبت به تفریق:

اثبات به کمک نمودار ون:

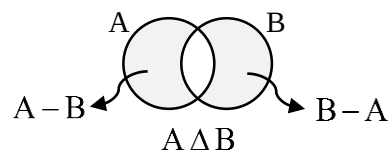


نکته: برای توزیع پذیری اشتراک نسبت به تفریق، تفاوتی ندارد که پرانتز، اول بیاید یا دوم؛ بنابراین می توان نوشت:

$$(A - B) \cap C = (A \cap C) - (B \cap C)$$

تفاضل متقارن دو مجموعه: با نماد A دلتا B نمایش داده می شود:

$$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$



$$A \cup B = \underbrace{(A - B) \cup (B - A)}_{A \Delta B} \cup (A \cap B) = (A \Delta B) \cup (A \cap B)$$

نکته:

نمونه ۴: کدام گزینه درست است؟

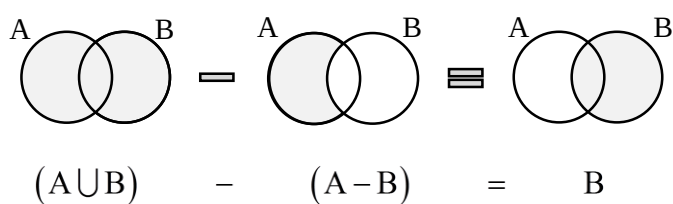
$$A \cup (B - C) = (A \cup B) - (A \cup C) \quad (۲)$$

$$(A \cup B) - (A - B) = B \quad (۱)$$

$$A - (B \cup C) = (A - B) \cup (A - C) \quad (۴)$$

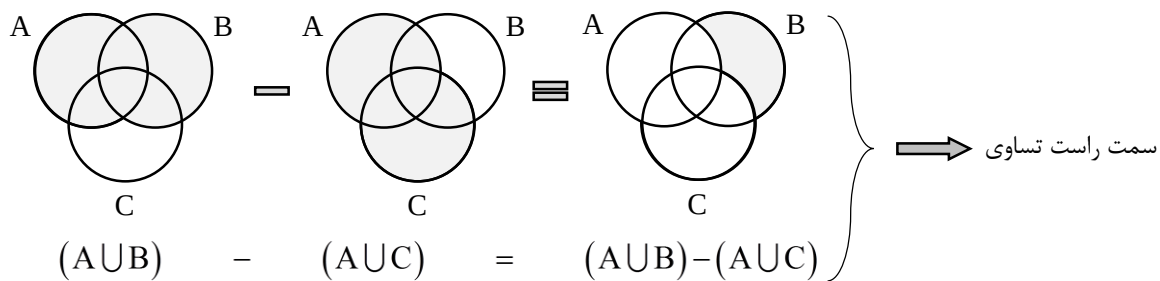
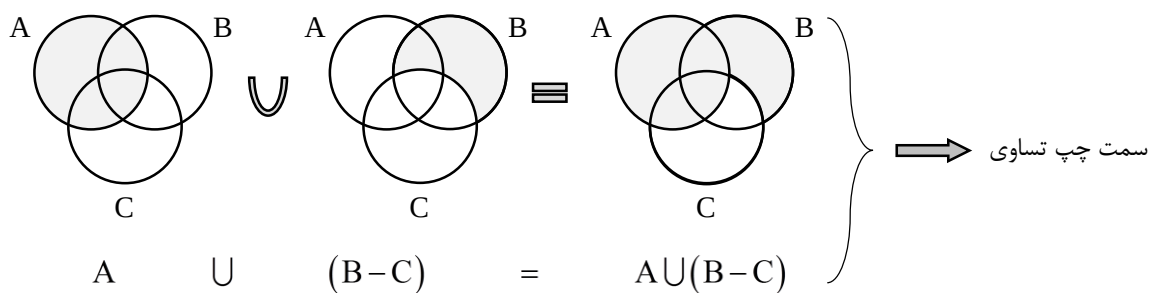
$$A - (B \cap C) = (A - B) \cap (A - C) \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه «۱». بررسی گزینه‌ها:

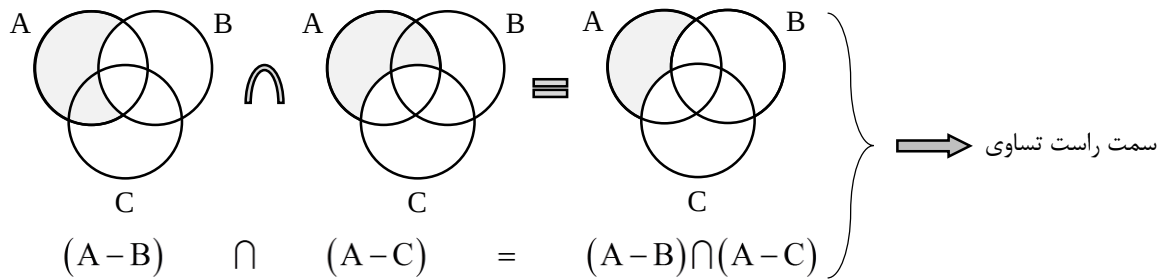
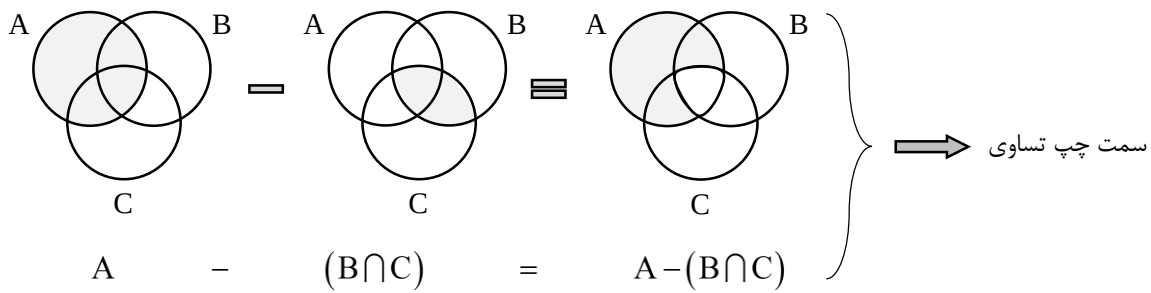


✓ درستی گزینه (۱):

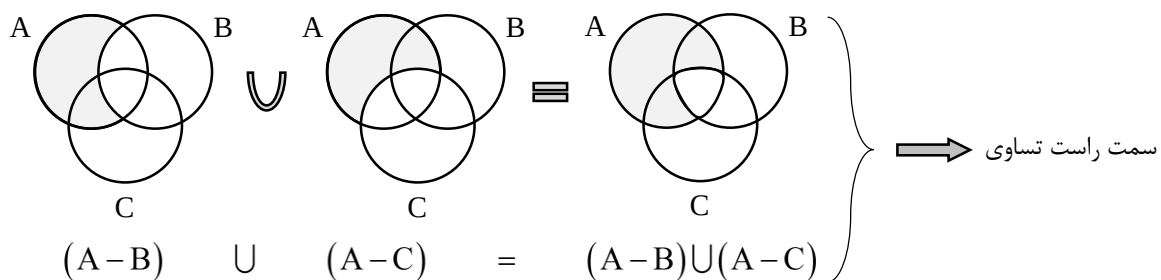
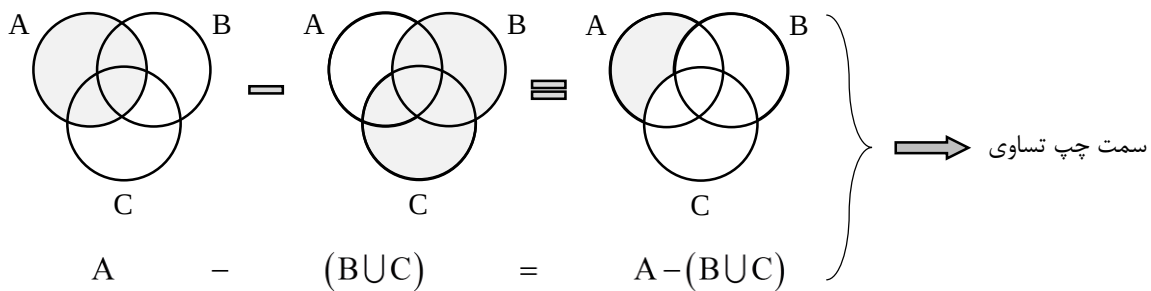
✓ نادرستی گزینه (۲):



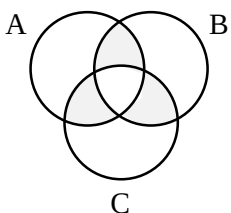
✓ نادرستی گزینه (۳):



✓ نادرستی گزینه (۴):



خودآزمایی ۴: بخش رنگی، نشان دهنده کدام گزینه است؟



(۲) $(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)$

(۴) $[(A \cap B) \cup (A \cap C) \cup (B \cap C)] - (A \cap B \cap C)$

(۱) $A \cap B \cap C$

(۳) $(A \cup B \cup C) - (A \cap B \cap C)$